
Betinget hæftelse

Et regneeksempel

01-04-2014

1 Indledning

Notatet ser lidt nærmere på sammenhængen mellem betinget hæftelse og det forventede afkast for aktionærer og kreditorer i en (finansiel) virksomhed, hvor egenkapitalandelen er lav. Notatet skal ses i lyset af, at mange store banker har meget lav egenkapitalandel sammenlignet med andre virksomheder.

Betinget hæftelse er udtryk for, at aktionærerne kun hæfter for egenkapitalen, hvis virksomheden går ned, mens de får hele gevinsten, hvis virksomhedens aktiviteter viser sig at give et højt afkast. Denne asymmetri øger isoleret set det forventede afkast for aktionærerne i virksomheden, og kan øge tilskyndelsen til risikobetonet adfærd: jo mere risikabel virksomheden er, jo større er konkurs sandsynligheden, og jo større vil aktionærernes forventede afkast blive. Det højere forventede afkast ledsages dog også af en større spredning på aktionærernes afkast, og sker på bekostning af kreditorerne.

2 Den lille model

Vi har en "finansiel virksomhed" som finansieres med egenkapital og fremmedkapital. Egenkapitalandelen kaldes a_e . Fremmedkapitalen er et fast forrentet lån med en rente på r_l . Banken placerer sine midler i udlån som giver et afkast, der skrives som

$$r = \bar{r} + \varepsilon \quad (1)$$

hvor ε er udtryk for usikkerhed ved afkastet på udlånene/bankens engagement. Hvis $r = -1$ vil både fremmedkapital og egenkapital være tabt. Parameteren ε antages at være normalfordelt med en middelværdi på 0 og en spredning på σ . En høj værdi af σ er således udtryk for at udlånene/bankens engagement er forbundet med stor risiko. Bankens egenkapital står til sidst i præferencerækkefølgen, og der er begrænset hæftelse.

Til senere brug er det desuden nyttigt at definere det tab på engagementet i (1), som kan forventes, givet at banken går konkurs. Dette tab kan skrives som

$$E(r | p_k = 1) = \bar{r} + \int_{-\infty}^{\underline{\varepsilon}} p(\varepsilon) \cdot \varepsilon / \int_{-\infty}^{\underline{\varepsilon}} p(\varepsilon) \quad (2)$$

hvor p_k er sandsynligheden for at gå konkurs, og $\underline{\varepsilon}$ er den mindste værdi af ε , som betyder at banken overlever. Tilsvarende kan det forventede afkast i (1), givet at banken overlever, skrives som

$$E(r|p_k = 0) = \bar{r} + \int_{\underline{\varepsilon}}^{\infty} p(\varepsilon) \cdot \varepsilon / \int_{\underline{\varepsilon}}^{\infty} p(\varepsilon) \quad (3)$$

2.1 Konkursandsynligheden

Banken går konkurs, hvis egenkapitalen ikke er tilstrækkelig til at dække rentebetalingerne på fremmedkapitalen og de tab, der opstår ved et negativt afkast på udlånene ($r < 0$):

$$\alpha_e < r_i \cdot (1 - \alpha_e) - (\bar{r} + \varepsilon) \quad (4)$$

Sandsynligheden for konkurs kan dermed opgøres som sandsynligheden for at ε kommer under den tærskelværdi, der medfører konkurs:

$$p_k = N[\varepsilon < \underline{\varepsilon} = r_i \cdot (1 - \alpha_e) - \bar{r} - \alpha_e] \quad (5)$$

hvor N er den kumulerede normalfordeling. Udtrykket viser, at

- Konkursandsynligheden stiger ved en højere fremmedkapitalforrentning.
- Konkursandsynligheden stiger ved et lavere, forventet forrentning af udlånene
- Konkursandsynligheden stiger ved en lavere egenkapitalandel
- Konkursandsynligheden stiger ved en højere varians på afkastet af bankens udlån

I tabel 1 er vist konkursandsynligheden som en funktion af egenkapitalandelen og spredningen på det samlede afkast (σ). Udgangspunktet i tabellen er, at det forventede afkast (\bar{r}) er på 5 pct., mens forrentningen af fremmedkapitalen (r_i) er på 3 pct.

Det fremgår, at konkursandsynligheden er høj når egenkapitalandelen er lille. Eksempelvis er konkursandsynligheden på 0,3 pct., hvis egenkapitalandelen er på 6 pct. og spredningen på afkastet er 3 pct.point (dvs. godt halvdelen af det forventede afkast på udlånene i dette tilfælde). Er egenkapitalandelen kun 2 pct. øges konkursandsynligheden til knap 9 pct.

Øget usikkerhed i økonomien øger bankens konkursandsynlighed, og bør dermed også få virksomheder til at øge deres egenkapitalandel. Antag eksempelvis at en bank ønsker en konkursandsynlighed på maksimalt 1 pct. Hvis usikkerheden i økonomien er på 3 pct. point (målt ved spredning på afkastet af bankens udlån), vil det kræve en egenkapitalandel på mindst 4,8 pct. Hvis usikkerheden fordobles, vil en konkursandsynlighed på maksimalt 1 pct. derimod kræve en egenkapitalandel på 11,6 pct., dvs. 2½ gange mere. Udfordringen ved at øge egenkapitalandelen er imidlertid, at den forventede forrentning af egenkapitalen alt andet lige mindskes, om end spredningen på afkastet samtidig falder.

Tabel 1 Konkursandsynlighed, pct.

Spredning	Procentvis egenkapitalandel								
	1	2	4	6	8	10	15	20	30
	----- Pct. -----								
0,01	15,2	2,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,02	30,3	15,2	2,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,03	36,6	24,6	8,5	2,0	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0
0,04	39,8	30,3	15,2	6,1	2,0	0,5	0,0	0,0	0,0
0,05	41,8	34,0	20,5	10,8	5,0	2,0	0,1	0,0	0,0
0,06	43,2	36,6	24,6	15,2	8,5	4,3	0,5	0,0	0,0
0,07	44,2	38,4	27,8	18,9	12,0	7,1	1,4	0,2	0,0
0,08	44,9	39,8	30,3	22,0	15,2	9,9	2,7	0,5	0,0
0,09	45,4	40,9	32,4	24,6	18,0	12,6	4,3	1,1	0,0
0,10	45,9	41,8	34,0	26,8	20,5	15,2	6,1	2,0	0,1

Anm.: Det er antaget, at det forventede afkast på udlånene svarer til 5 pct., mens renten på fremmedkapitalen svarer til 3 pct. En spredning på fx 0,01 svarer til 1 pct. og dermed 1/5 af det forventede afkast på virksomhedens "projekt/udlån".

Kilde: Egne beregninger.

Når virksomheden går konkurs, hæfter aktionærene med deres egenkapital og ikke yderligere. Dvs. at deres tab er begrænset nedadtil, hvorefter kreditorerne må bære yderligere tab. Derimod får aktionærene den fulde gevinst, hvis projektet viser sig at få et stort økonomisk afkast. Denne asymmetri betyder, at der for ledelsen i virksomheden og for aktionærene kan være en tilskyndelse til at deltage i risikable projekter. Asymmetrien ser ud til primært at være relevant for virksomhedens beslutninger, hvis egenkapitalandelen er under 10-20 pct.

2.2 Kreditorernes afkast

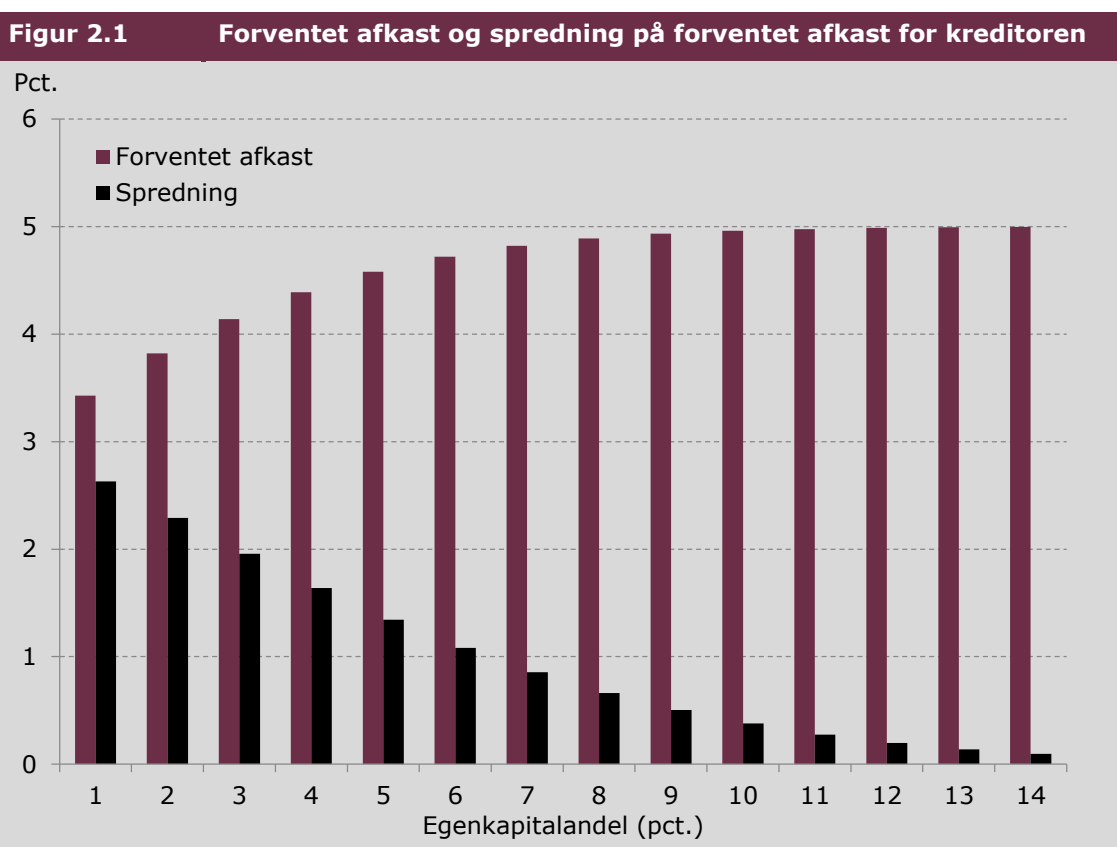
Kreditorerne (dvs. dem virksomheden har lånt fremmedkapitalen af) står med den udfordring, at deres afkast afhænger af usikkerheden ved virksomhedens projekt (σ), men også af hvor meget egenkapital banken har. Det forventede afkast for kreditoren består således dels af den faste lånerente, r_l , som opnås hvis banken overlever (hvilket sker med sandsynligheden $(1-p_k)$), og dels af det tab, som kreditoren oplever, hvis virksomheden ikke overlever (hvilket sker med konkursandsynligheden (p_k)):

$$E(r_{kreditor}) = (1 - p_k) \cdot r_l + p_k \cdot [E(r|p_k = 1) + \alpha_e] / (1 - \alpha_e) \quad (6)$$

Tabet i tilfælde af konkurs (som fremgår af den kantede parentes) består af forskellen mellem forrentningen af bankens udlån, når det går galt (forrentningen er her negativ), og bankens egenkapital. Kreditorens forventede afkast falder således ved en lavere egenkapitalandel i banken og en større varians på udlånenes afkast, bl.a. fordi sandsynligheden for konkurs forøges. Som et regneeksempel er det antaget, at spredningen på udlånenes afkast er lige så stor som det forventede afkast på udlånene (dvs. spredningen

σ er 5 pct.). Det betyder, at der er pæn sandsynlighed for at banken må bruge må hele sin egenkapital til at dække tab og derfor går konkurs. Desuden antages at renten på fremmedkapitalen er på 5 pct.

Det fremgår af figur 1, at det forventede afkast for kreditorerne i dette tilfælde er på ca. 4 pct., hvis egenkapitalandelen i banken er på 3 pct. – dvs. et stykke under renten på lånet, som er 5 pct. Desuden er spredningen på kreditorens forventede afkast omkring 5 pct. point. Der er således både et lavt forventet afkast (under den faste lånerente) og stor nedadgående usikkerhed om afkastets størrelse, som følge af at banken har stor risiko for at gå konkurs, når egenkapitalen er lav. Ved stigende egenkapitalandel vil bankens konkurs sandsynlighed falde, og gradvist nærme sig lånerenten på 5 pct., mens spredningen på kreditorernes afkast samtidig aftager. Ved en egenkapital på over 10 pct. bliver virkningen, af den begrænsede hæftelse for banken, meget moderat under de anvendte antagelser.



Anm.: Det antages, at lånerenten og det forventede afkast på virksomhedens aktiviteter er 5 pct. samt at usikkerheden på afkastet på udlånet (målt ved spredningen) er på 5 pct.point.

Kilde: Egne beregninger

Man kunne så spørge, hvor stor en lånerente kreditoren skal kræve for at sikre et forventet afkast på 5 pct. Som et eksempel antages, at virksomhedens egenkapitalandel er på 3 pct., og dermed at det forventede afkast som udgangspunkt er på godt 4 pct. (jf. figur 1.). I dette tilfælde skal kreditoren sætte lånerenten op med 1,3 pct.point – fra 5 til 6,3 pct. – for et opnå et forventet afkast på 5 pct. Når lånerenten skal øges så meget, er det

fordi den højere lånerente medfører større konkurssandsynlighed, hvilket trækker ned i kreditorens forventede afkast. Forøgelsen af lånerenten øger således konkurssandsynligheden fra knap 27 pct. til knap 35 pct. i dette tilfælde. Samtidig stiger spredningen på kreditorens afkast med ca. 20 pct. Det større forventede afkast for kreditoren ledsages således af større usikkerhed om afkastets størrelse.

Det kan lidt mere generelt antages, at kreditoren stiller et krav om et forventet afkast \underline{k} , og at dette forventede afkast er uafhængigt af bankens konkurssandsynlighed. Det betyder at den lånerente (r_l), som banken skal betale for fremmedkapitalen, kommer til at afhænge af konkurssandsynligheden. Konkret kan lånerenten, som sikrer et konstant forventet afkast for aktionæren, skrives på formen:

$$r_l = \frac{\underline{k}}{1 - p_k} - \frac{P_k}{1 - p_k} \cdot [E(r|p_k = 1) + \alpha_e] / (1 - \alpha_e) \quad (7)$$

Det fremgår af dette udtryk, at kreditorens udlånsrente stiger med konkurssandsynligheden, og dermed også at kreditoren vil sætte en højere lånerente, hvis bankens egenkapitalandel er lav. Den højere lånerente vil dog også ledsages af en større spredning på kreditorens afkast.

En øget usikkerhed i økonomien (σ) vil som nævnt øge bankens konkurssandsynlighed. Det vil samtidig medføre, at kreditoren må øge sin udlånsrente til banken, hvis kreditorens ønske er at fastholde et uændret forventet afkast. Det vil øge bankens konkurssandsynlighed yderligere.

I tabel 2 er det vist hvordan stigende usikkerhed i økonomien (stigende σ) påvirker konkurssandsynligheden, både når kreditorrenten, r_l , er konstant lig 3 pct. og når kreditoren kompenseres således at det forventede kreditorafkast er konstant og lig 3 pct. Udgangspunktet i denne beregning er samtidig, at det forventede afkast på udlånene er 5 pct., dvs. større end indlånsrenten.

Tabellen viser, at aktionærernes forventede afkast stiger kraftigt med faldende egenkapitalandel, også når der er lille usikkerhed om det forventede afkast på udlånene. Det afspejler den stærke gearing af egenkapitalen, samt at den forventede forrentning af udlånene overstiger lånerenten.

Hvis usikkerheden ved afkastet på bankens engagement øges, og kreditorerne fastholder deres udlånsrente r_l på 3 pct. (fx på af statsstøtte), vil det medføre øget forventet afkast for aktionærene – navnlig når egenkapitalandelen er lav. Det afspejler at de får gevinsten ved et heldigt udfald, mens kreditorerne (og staten) bærer tabet i de tilfælde, hvor tabet på udlånene overstiger egenkapitalen. Det stigende forventede afkast for aktionærene modsvarer således af et mindre forventet afkast for kreditorerne/andre.

Hvis kreditorerne sætter udlånsrenten, r_l , så deres forventede afkast fastholdes konstant på 3, vil den forventede egenkapitalforrentning derimod være uafhængig af hvor risikable bankens forretninger er. Der vil i dette tilfælde ikke være tilskyndelse for banken til at

deltage i risikable forretninger med henblik på at udnytte den betingede hæftelse. Egenkapitalforrentningen stiger imidlertid fortsat, jo lavere egenkapitalen er i dette eksempel. Det afspejler gearingen, dvs. at det forventede overskud fra hele engagementet skal deles mellem få aktionærer.

Hvis egenkapitalandelen således eksempelvis er 1 pct. og der ikke er nogen usikkerhed på bankens engagement ($\sigma=0$) vil egenkapitalforrentningen ligge omkring 200 pct. og konkurssandsynligheden vil være 0. Afkastet afspejler her alene gearingen og den risikofri rentemarginal. Hvis bankens forretninger derimod er meget risikable (her $\sigma=0,1$) og egenkapitalandelen er 1 pct., så skal kreditorernes udlånsrente øges fra 3 til 8,3 pct. for at kompensere for stigning i konkurssandsynligheden. I dette tilfælde er den forventede forrentning for aktionæerne fortsat 200 pct., men bankens konkurssandsynlighed øges til knap 60 pct. Her er det derfor alene den betingede hæftelse, som holder aktionærernes forventede afkast oppe.

Tabel 2 Beregnede afkast og konkurssandsynligheder som funktion af risikoen ved bankens aktiviteter

	Egenkapitalandel	Lånerente	$E(r_{\text{kreditor}})$	$\sigma(r_{\text{kreditor}})$	p_k	$E(r_{\text{aktionær}})$	$\sigma(r_{\text{aktionær}})$
	----- Pct. -----						
$\sigma(r) = 0,025$	1,0	3,0	2,9	0,6	11,5	215,1	227,1
	2,0	3,0	2,9	0,4	5,4	104,9	119,9
	4,0	3,0	3,0	0,2	0,8	52,7	62,4
	8,0	3,0	3,0	0,1	0,0	27,8	31,4
	12,0	3,0	3,0	0,1	0,0	19,5	21,0
	99,9	3,0	3,0	0,0	0,0	5,0	2,5
	1,0	3,2	3,0	0,6	12,7	201,2	224,5
	2,0	3,1	3,0	0,4	5,6	102,0	119,6
	4,0	3,0	3,0	0,2	0,8	52,5	62,4
	8,0	3,0	3,0	0,1	0,0	27,8	31,4
$\sigma(r) = 0,050$	12,0	3,0	3,0	0,1	0,0	19,5	21,0
	99,9	3,0	3,0	0,0	0,0	5,0	2,5
	1,0	3,0	2,2	1,9	27,1	280,7	384,6
	2,0	3,0	2,4	1,6	20,7	129,6	205,2
	4,0	3,0	2,7	1,1	10,9	58,2	112,7
	8,0	3,0	3,0	0,4	2,0	27,7	61,0
	12,0	3,0	3,0	0,1	0,2	19,2	41,4
	99,9	3,0	3,0	0,0	0,0	5,0	5,0
	1,0	4,2	3,0	2,3	35,6	199,5	350,1
	2,0	3,8	3,0	1,8	25,4	100,1	195,8
4,0	3,3	3,0	1,1	12,1	51,6	111,5	
8,0	3,0	3,0	0,4	2,0	27,3	61,0	
12,0	3,0	3,0	0,1	0,2	19,2	41,4	

	99,9	3,0	3,0	0,0	0,0	5,0	5,0
	1,0	3,0	0,3	4,9	38,1	472,8	680,7
	2,0	3,0	0,6	4,6	34,3	219,4	356,4
	4,0	3,0	1,2	4,0	27,1	95,5	193,1
	8,0	3,0	2,1	2,9	15,4	38,5	108,7
	12,0	3,0	2,6	1,9	7,6	22,8	77,9
$\sigma(r) = 0,10$	99,9	3,0	3,0	0,0	0,0	5,0	10,0
	1,0	8,3	3,0	6,7	58,7	200,5	502,2
	2,0	7,1	3,0	6,0	49,8	102,6	290,6
	4,0	5,6	3,0	4,9	35,8	52,9	175,0
	8,0	4,1	3,0	3,2	17,8	28,2	106,1
	12,0	3,4	3,0	2,0	8,2	19,9	77,5
	99,9	3,0	3,0	0,0	0,0	5,0	10,0

Anm.: Det er antaget, at det forventede afkast på udlånene svarer til 5 pct., mens renten på fremmedkapitalen svarer til 3 pct. En spredning på fx 0,01 svarer til 1 pct. og dermed 1 /5 af det forventede afkast på virksomhedens "projekt/udlån".

Kilde: Egne beregninger.

2.3 Nærmere om aktionærernes afkast

Aktionærernes tab begrænser sig som nævnt til egenkapitalen, hvis instituttet går konkurs. Derimod får aktionærerne hele merafkastet fra deres aktiviteter, hvis det går godt. Den forventede forrentning for aktionærerne kan skrives på følgende form:

$$E(r_{\text{aktionær}}) = (1 - P_k) \cdot [E(r|p_k = 0) - r_l(1 - \alpha_e)] / \alpha_e \quad (8)$$

Aktionærernes forventede forrentning svarer således til produktet af sandsynligheden for at banken overlever, $(1 - P_k)$, og gevinsten til aktionærerne, givet at virksomheden klarer sig (den kantede parentes).

Gevinsten svarer til den samlede forrentning af bankens engagement, givet at banken overlever (dvs. upside), og efter der er betalt renter på fremmedkapitalen. Denne gevinst fordeles på aktionærerne og jo mindre egenkapitalandelen (i nævneren) er - dvs. jo større gearing - jo flere penge er der til deling, og jo større bliver afkastet af den investerede egenkapital.

Hvis der ikke er usikkerhed ved bankens engagement og konkurssandsynligheden er 0, kan aktionærens forventede engagement skrives som

$$r_l + (\bar{r} - r_l) / \alpha_e \quad (9)$$

Hvis egenkapitalandelen fx er 1 pct., forrentningen af bankens engagement er 5 pct. og kreditorrenten er 3 pct., så er aktionærafkastet 203 pct. Dette merafkast afspejler her den lidt specielle risikofri rentemarginal, som fx skal ses i sammenhæng med im- og ek-

splicitte statsgarantier mv. I praksis vil sådan en fordel givetvis være reflekteret i aktiekursen.

Samlet vil aktionærernes forventede afkast stige, jo mere risikobetonet virksomhedernes aktiviteter er – dvs. jo større spredning der er på afkastet af bankens engagement. Det er særligt udtalt, hvis egenkapitalandelen er lav. Desuden kræves som nævnt, at renten på kreditorernes lån til banken ikke sættes op for at kompensere for den højere risiko, som banken løber.

Hvis aktionærerne ønsker en bestemt kombination af afkast og spredning, kan det ske på forskellige måder. En er at have lav egenkapitalandel og deltage i forholdsvist "sikre" aktiviteter med relativt lav varians. En anden er at have en større egenkapitalandel, og så investere i mere risikobetonede aktiver.